量子計算について今週学んだこと

July 21, 2013

qubit

a qubit is

$$|\varphi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$$

where $\alpha^2 + \beta^2 = 1$
2つの状態の重ねあわせ

qubits

n qubit は 2^n の状態を持つ.
例えば, 2 qubit なら

$$\alpha_{00}|00\rangle + \alpha_{01}|01\rangle + \alpha_{10}|10\rangle + \alpha_{11}|11\rangle$$

where $\sum_i \alpha_i^2 = 1$; $\alpha_i \in \mathbb{C}$
状態の線形結合として見ればいいけど，物理学的には，観測したら確率 $|\alpha_{ij}|^2$ で $|ij\rangle$ を得る，と見ればいい.

qubits

n qubit の部分 qubit だけ観測する．2 qubit

$$\alpha_{00}\left|00\right\rangle + \alpha_{01}\left|01\right\rangle + \alpha_{10}\left|10\right\rangle + \alpha_{11}\left|11\right\rangle$$

のはじめの 1 qubit を観測すると 0 だったとき，

$$\kappa\alpha_{00}\left|00\right\rangle + \kappa\alpha_{01}\left|01\right\rangle$$

where $(\kappa\alpha_{00})^2 + (\kappa\alpha_{01})^2 = 1$
曰く，　複数の状態の重ねあわせである qubit を観測した時，一つの状態を得て，その後再び観測しても先程観測して得た状態しか得られない．　これは部分的な観測についても同様.

いわゆる普通のコンピュータ，0 or 1 の bit で計算するコンピュータを量子コンピュータに対して「古典コンピュータ」と言うことにする．古典コンピュータがゲートの組み合わせで造られるように，量子コンピュータも，量子 bit 用のゲートを組み合わせて造られる．量子 bit 用のゲートには次のようなものがある．

gates

量子 NOT (普通の not)

$$
\begin{aligned}
X|0\rangle &= |1\rangle \\
X|1\rangle &= |0\rangle
\end{aligned}
$$

gates

制御 NOT (controlled not)

$$|\alpha, \beta\rangle \rightarrow |\alpha, \beta \oplus \alpha\rangle$$

that is

$$\begin{aligned} |0, \beta\rangle &\rightarrow |0, \beta\rangle \\ |1, \beta\rangle &\rightarrow |1, \neg\beta\rangle \end{aligned}$$

gates

Hadamard (アダマール)

$$
\begin{aligned}
H|0\rangle &= \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \\
H|1\rangle &= \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
H\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} &= |0\rangle \\
H\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} &= |1\rangle
\end{aligned}
$$

量子並列性

古典回路で計算できる f に対して, 同程度の効率で計算する次の量子回路が作れる.

$$U_f : |x, y\rangle \to |x, y \oplus f(x)\rangle$$

量子並列性

$$U_f \left| H \left| 0 \right\rangle, \left| 0 \right\rangle \right\rangle = \frac{\left| 0, f(0) \right\rangle + \left| 1, f(1) \right\rangle}{\sqrt{2}}$$

1 回の計算で, 2 通りの入力に対する出力を含んだ状態を得る．ただし測定できるのは一状態だけであること．

Deutsch algorithm

計算 f について,

$$
\begin{aligned}
|\varphi_0\rangle &= H|0\rangle \\
|\varphi_1\rangle &= H|1\rangle \\
|\varphi_2, \varphi_3\rangle &= U_f|\varphi_0, \varphi_1\rangle \\
|\varphi_4\rangle &= H|\varphi_2\rangle
\end{aligned}
$$

Deutsch algorithm

$$
\begin{aligned}
|\varphi_0\rangle &= |+\rangle \\
|\varphi_1\rangle &= |-\rangle \\
|\varphi_2, \varphi_3\rangle &= U_f(|+\rangle |-\rangle) \\
&= \frac{(-1)^{f(0)}|0\rangle + (-1)^{f(1)}|1\rangle}{\sqrt{2}} |-\rangle
\end{aligned}
$$

when $f(0) = f(1) = z$,

$$|\varphi_2, \varphi_3\rangle = (-1)^z \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} |-\rangle$$

when $f(0) = z, f(1) = 1 - z$,

$$|\varphi_2, \varphi_3\rangle = (-1)^z \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} |-\rangle$$

Deutsch algorithm

したがって,

$$\begin{aligned}\varphi_4 &= H\varphi_2 \\ &= \quad 0 \quad (\text{when} f(0) = f(1)) \\ &= \pm 1 \quad (\text{when} f(0) \neq f(1))\end{aligned}$$

φ_4 は, $f(0) \oplus f(1)$ に相当する.
つまり, f 相当の計算を一回で, $f(0) \oplus f(1)$ が計算できた.

Deutsch-Jozsa algorithm

Deutshc algorithm の一般化バージョン?

参考文献

1. "量子コンピュータと量子通信 I" Michael A. Nielsen, Isaac L. Chuang 共著